

噪声环境下基于局部不确定性度量的 多直线检测算法

马莉 毛俊勇

(杭州电子科技大学自动化学院生物医学工程与仪器研究所, 杭州 310018)

摘要 针对噪声环境下复杂工件多直线测量中存在的检测精度下降问题,提出了一种基于局部不确定性度量的直线检测算法。该算法首先将目标区域分块,在每个子块内,建立点属于某直线不确定性度量概率模型,按照两点组合原理和 Bayesian 法则,计算任两点所确定的直线的累积不确定度量,通过对参数空间软投票检测直线。算法具有较强的抗噪能力和快速性。实验结果表明,该算法在较高噪声(方差为 0.06)时,检测精度误差小于 1%,检测正确率仍可以达到 90% 以上,且其检测时间是单纯不确定度量直线检测方法的 1/2,比传统 Hough 变换算法快 4~5 倍。

关键词 Hough 变换 不确定性度量 多直线检测

中图法分类号: TP391.41 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-8961(2010)04-624-07

Local Uncertainty Measure Based Multi-line Detection Algorithm for Work-pieces In Noised Images

MA Li, MAO Junyong

(Institute of Biomedical Engineering and Instruments, School of Automation, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018)

Abstract A novel method of local uncertainty based measure is proposed for line detection in the paper to tackle the problems of decrease in detection accuracy in noised images for multi-line detection of complicated work-pieces. The proposed scheme firstly partitions an object into several regions. Then a probability model of uncertainty that describes how an edge pixel belongs to a line is built within each region, and accumulated uncertainty measures for lines formed by any pair of two edge points are computed according to two point combination and the Bayesian rule. Lines are finally detected using soft voting in parameter spaces. The capability of anti-noise and fast processing speed is the key feature of the algorithm. Experimental results show that accuracy error of proposed method less than 1% when noise variance equals to 0.06 and detection accuracy can reach above 90%. The detection period is 1/2 of method of pure uncertainty measure and processing speed is 4~5 times faster than conventional hough transform (HT).

Keywords hough transform, uncertainty measure, multi-line detection

0 引言

随着科技的发展和机械加工精度的不断提高,对机械工件产品加工精度和质量检测的自动化程度

的要求也越来越高,尤其对复杂形状工件测量的实时性和检测精度提出了新的挑战。在某些特定场合,需要对具有多直线以及含有微弱直线的工件进行精确、实时测量。Hough 变换是检测直线的有效方法,它在图像分析、计算机视觉、模式识别等领域

得到了非常广泛的应用,已经成为模式识别的一种标准工具^[1-2]。Hough变换具有强鲁棒性和良好的抗干扰能力,然而它所要求的巨大计算量却阻碍了其在实时性要求很高领域的应用。此外,Hough变换的投票方案存在的问题有:1)全局投票方案的检测精度与参数空间的量化误差有关;2)参数空间的“硬投票”方案,即:所有的边缘点对参数空间投票贡献相等。这种硬投票方案会将噪声点误认为真实直线点,使得噪声污染的图像下Hough变换直线检测的正确率降低。

近十几年来,人们提出了许多修正的Hough变换方法以适应不同的应用,改善直线检测性能。Qiu等人提出了一种基于两点组合原理的Hough变换直线检测算法^[3],有效克服了参数空间的量化误差,具有检测精度高、参数空间占用内存少的优点;但仍采用硬投票方案检出直线,在噪声环境下检测精度下降。为了降低直线检测的计算量,Chen等人提出了随机Hough变换算法^[4]。该算法随机地在边缘集合中选择直线上的候选点,逐一检出图像中的直线。该方法具有运算量较少、占用内存较小等优点,但参数空间硬投票使得直线检测的抗噪性能差。Chan等人利用离散域中一条直线由多个线段表示的特性,提出了基于量化方向模型的直线检测算法^[5],该算法具有良好的实时性,但是依然存在抗噪性能差等缺点。Andrea Bonci等人提出了基于贝叶斯估计的不确定性度量^[6],通过计算边缘点属于某直线的不确定性对参数空间进行软投票(基于不确定性投票)提高了算法的鲁棒性。但算法是在图像和参数空间的全映射进行的,计算量过大。Ji等人在文献[6]基础上提出基于误差传播的Hough变换直线检测算法^[7],该算法根据某边缘点邻域估计的直线参数和参数方差,减少了参数空间搜索的计算量。算法虽然克服了Hough变换硬投票方案的缺陷,但由于本质的全局特性,仍存在内存占用大、实时性差等缺点。

本文针对噪声环境下复杂工件尺寸检测的要求,提出了一种基于直线不确定性度量的局部HT算法。该算法综合考虑了检测精度、快速性和抗噪性,适合于工件实时直线参数检测。本文算法可以分为4个步骤:1)计算工件的质心,对工件进行定位和分块^[8];2)在每个子块内,随机选择一个边缘点,根据其邻域梯度信息估计通过该点的直线参数及其不确定性;3)依次选择其余的边缘点,计算出

估计点和被选择边缘点的两点间的观测直线参数,根据贝叶斯估计计算该直线参数的累积不确定性度量;4)按参数空间的观测直线参数的累积不确定性度量投票确定检出的直线。

1 基于不确定性度量的直线检测算法

基于不确定性度量的直线检测算法^[7]是利用图像中每个边缘点的梯度信息和位置信息估计出通过该点的估计直线参数 $(\hat{\theta}, \hat{\rho})$ 及其不确定参数 σ_{ρ}^2 ,然后计算 $(\hat{\theta}, \hat{\rho})$ 邻域内、图像中边缘点属于某直线的联合概率,并据此概率对参数空间进行投票,最后对参数空间进行峰值检测,以确定图像中的直线。

1.1 直线参数估计和不确定性度量

设 $I(x, y)$ 为边缘点 (x, y) 处的灰度值,其模型为

$$I(x, y) = \alpha x + \beta y + \gamma + \eta(x, y) \quad (1)$$

式中, $\eta(x, y)$ 为零均值,方差为 σ^2 的随机高斯加性噪声。 $\hat{\theta}$ 为通过该点的直线方向的估计值:

$$\hat{\theta} = \arctan\left(\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}}\right) \quad (2)$$

并据

$$\hat{\rho} = x \sin \hat{\theta} - y \cos \hat{\theta} \quad (3)$$

计算出相应的参数 $\hat{\rho}$ 。其中平面参数 $\hat{\alpha}$ 和 $\hat{\beta}$ 及 $\sigma_{\alpha}^2, \sigma_{\beta}^2, \sigma_{\alpha\beta}^2$ 的计算公式可参见文献[7]。边缘点 (x, y) 位于直线 (θ, ρ) 的不确定性 $\sigma_{\theta}^2, \sigma_{\rho}^2$ 和 $\sigma_{\rho, \theta}$ 为

$$\sigma_{\theta}^2 = \left(\frac{\sigma_{\alpha}^2}{\beta^2} + \frac{\alpha^2 \sigma_{\beta}^2}{\beta^4} - \frac{2\alpha}{\beta^2} \sigma_{\alpha\beta} \right) \cos^4 \theta \quad (4)$$

$$\sigma_{\rho}^2 = k^2 \sigma_{\theta}^2, \sigma_{\rho, \theta} = k \sigma_{\theta}^2 \quad (5)$$

式中, $k = (y \cos \theta - x \sin \theta)$,从几何意义上讲, k 可以解释为从边缘点 (x, y) 到直线 (θ, ρ) 垂足的距离。因此, σ_{ρ}^2 的值不仅依赖于 σ_{θ}^2 ,还取决于 k (即边缘点的几何位置),且当 k 增加时 σ_{ρ}^2 也增加。

1.2 边缘点属于被估计直线的概率

对于一个边缘点,根据其 $\sigma_{\rho}^2, \sigma_{\theta}^2, \sigma_{\rho, \theta}$,则被估计的直线参数向量 $\hat{\Theta} = (\hat{\theta}, \hat{\rho})$ 协方差矩阵为

$$\Sigma_{\hat{\Theta}} = \begin{pmatrix} \sigma_{\theta}^2 & \sigma_{\rho, \theta} \\ \sigma_{\rho, \theta} & \sigma_{\rho}^2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

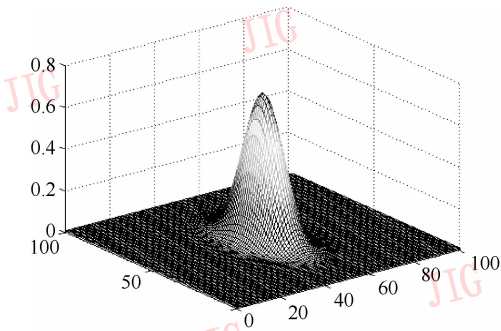
假设 $\hat{\Theta}$ 服从 $N(\hat{\Theta}, \Sigma_{\hat{\Theta}})$ 分布,其中 $\Theta = (\theta, \rho)$ 表

示参数空间中所有的 θ 和 ρ 量化值组成的向量集合。对于给定的 $\hat{\theta}, \theta$ 的概率为

$$P(\hat{\theta} | \theta) = (2\pi)^{-1} |\Sigma_{\hat{\theta}}|^{-\frac{1}{2}} \times \exp^{-\frac{1}{2}(\hat{\theta}-\theta)^T \Sigma_{\hat{\theta}}^{-1}(\hat{\theta}-\theta)} \quad (7)$$

1.3 参数空间“软”投票

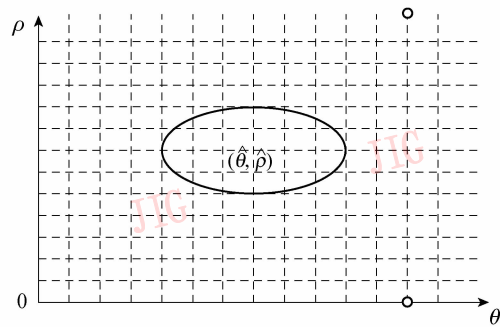
根据边缘点属于某直线的不确定性度量,可以方便地用联合概率密度描述一组边缘点属于某直线的不确定性。对联合概率密度取对数,图像中一组边缘点对任一参数单元的不确定性度量值的总贡献(投票数)转化为有限和的形式。假设对于参数空间每一个 θ ,具有相同的先验概率,则图像中所有边缘点 (x, y) 对参数空间中的任意一个单元 $\theta = (\theta, \rho)$ 的不确定性度量的投票数 $H(\theta, \rho)$ 定义为



(a) 不确定度量在参数空间的分布图

$$H(\theta, \rho) = \sum_{(x, y) \in \Omega} \log P(\hat{\theta} | \theta) \quad (8)$$

式中, Ω 为图像中所有边缘点集合。参数单元的 $H(\theta, \rho)$ 值越高,则图像中边缘点通过该参数单元 (θ, ρ) 所对应直线可能性越大,参数单元软投票的峰值点对应图像空间的所有直线。由式(8)可知:对于参数空间中的一个单元 θ 的投票数的更新取决于 $P(\hat{\theta} | \theta)$,当单元 θ 离 $\hat{\theta}$ 越远时,概率 $P(\hat{\theta} | \theta)$ 的值就越小,即贡献就越小(如图 1(a)所示)。在实际计算中,以 $\hat{\theta}$ 为中心、长轴和短轴由协方差矩阵 $\Sigma_{\hat{\theta}}$ 的两个特征向量所确定的椭圆区域限定了计算区域(如图 1(b)所示)。即当单元 θ 在该椭圆区域之外时,概率 $P(\hat{\theta} | \theta)$ 的值已经很小,可以忽略不计。



(b) 不确定度量在参数空间的投影区

图 1 不确定度量在参数空间分布

Fig. 1 Distribution of uncertainty measure in parameter space

2 修正的基于不确定度量的检测算法

虽然不确定度量的算法可以有效抑制噪声点对参数空间投票的影响,但检测过程需要计算所有边缘点的直线参数估计 $\hat{\theta} = (\hat{\theta}, \hat{\rho})$ 和协方差矩阵,计算量过大。随机 HT 变换具有降低运算复杂性的优势,但对噪声敏感。为了在有效抑制噪声的同时减少计算量,本文提出的算法首先引入了局部区域检测思想,对工件图像进行分块,在每个子块内,将不确定性直线检测算法^[7]与传统的随机 Hough 变换的两点组合原理进行融合,以达到减少算法计算量、提高直线检测精度的目的。本算法不仅具有抗噪性好、实时性强等优点,而且克服了传统 Hough 变换算法中存在的内存占用大、参数空间量化误差大、计算量大等不足之处。

针对上节中不确定性度量算法的缺陷,本文算法做出了以下几点改进:

1) 采用局部直线检测 针对刚性工件边缘轮廓相对其质心位置固定的特点,首先获取工件的质心;然后根据待测直线区域相对质心的位置将工件分成若干个感兴趣区域,完成在各个感兴趣区域内多直线检测。

2) 在每个区域内将文献[7]中整个参数空间累积不确定性度量修正为由区域内任两点所确定的直线的不确定性度量,不仅参数空间占用内存少,且提高了直线检测的精度(直线参数与参数空间的量化误差无关);同时不确定度量增加了算法抗噪性。

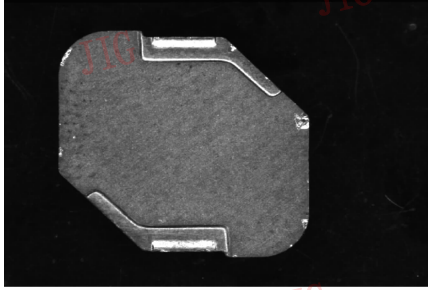
3) 在每个区域内,采用直线逐条检测思想,实现对直线的检测。即首先检测出一条直线,确定其直线参数,然后,删除图像中所有在该直线上的边缘点,然后再进行下一条直线的检测。直线逐条检测

和只计算参数空间被估计 $(\hat{\theta}, \hat{\rho})$ 的椭圆区域内的真实有效直线的投票数,极大地缩短了算法的运行时间。

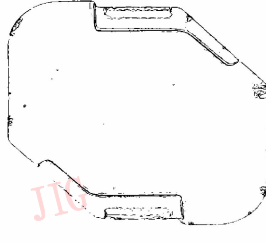
2.1 工件图像预处理

工件图像的预处理包括以下几个步骤:

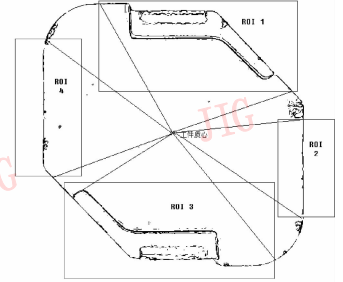
- 1) 对工件图像进行滤波操作,如中值滤波等;
- 2) 对工件图像进行迭代阈值分割;
- 3) 计算工件质心



(a) 原始工件图



(b) 预处理后工件图



(c) 图像分块示意图

图2 工件预处理及分块

Fig. 2 Work-piece preprocessing and divided blocks

2.2 子块内直线逐条检测算法

本算法是基于直线逐条检测的,一条直线的检测流程为:

假设在每个子块中,被估计边缘点为 P_j ,已知 P_j 的估计直线参数为 $(\hat{\theta}, \hat{\rho})$ 、参数方差 $\sigma_{\rho}^2, \sigma_{\theta}^2, \sigma_{\rho, \theta}$,和协方差矩阵 $\Sigma_{\hat{\theta}}$ (式(3)~(5)),计算出参数空间以 $(\hat{\theta}, \hat{\rho})$ 为中心的椭圆区域。

1) 依次选取边缘点 $P_k ((P_k \in P) \cap (P_k \neq P_j))$, P_k 与被估计边缘点 P_j 所确定的直线方向为

$$\theta_{j,k} = \arctan\left(\frac{y_j - y_k}{x_j - x_k}\right) \quad (10)$$

据式(3)计算出相应的参数 $\rho_{j,k}$ 。根据参数 $(\theta_{j,k}, \rho_{j,k})$ 判断该参数单元是否位于以被估计直线参数 $(\hat{\theta}, \hat{\rho})$ 为中心的椭圆区域内;若在其内,则利用式(7)计算 $P(\hat{\theta} | \theta_{j,k})$,并将该概率的对数值累加到 $H(\theta, \rho)$,作为直线参数 $(\theta_{j,k}, \rho_{j,k})$ 不确定性的投票数,否则将 $P(\hat{\theta} | \theta_{j,k})$ 置0, $H(\theta, \rho)$ 不变。

2) 依次选择子块内的边缘点,按照式(8)对参数空间进行投票,直至整个子块内所有边缘点计算完毕为止。接着对参数空间进行峰值检测,如果参数空间投票数的最大值 $H_{\max}(\theta, \rho)$ 大于某一阈值

$$X_c = \sum_{i=1}^N x_i / N \quad Y_c = \sum_{i=1}^N y_i / N \quad (9)$$

式中, (X_c, Y_c) 为质心坐标, (x_i, y_i) 工件区域点的坐标, N 为区域内点数目;

4) 利用“掏空法”对工件阈值分割后的图像进行轮廓提取,如图2(b)所示;

5) 由预知的工件质心和各待测直线相对距离,完成对工件的分块(分成4块),如图2(c)所示。

T_2 ,则表明存在参数为 (θ, ρ) 的直线,则遍历图像中所有的边缘点,删除子块中位于已确定的直线上边缘点 (x_i, y_i) ;否则,该边缘点为噪声点,删除该估计的边缘点 P_j 。

2.3 本文算法实现步骤

本算法的实现步骤如下:

- 1) 对工件图像进行预处理,获取工件二值图像,并对工件进行分块;
- 2) 对第 i 个子块,获取边缘点集合 P ;
- 3) 依次从集合 P 中选择点 P_j ,计算该边缘点的估计直线参数 $\hat{\theta}, \hat{\rho}$ 和参数的方差、协方差 $\sigma_{\rho}^2, \sigma_{\theta}^2, \sigma_{\rho, \theta}, \Sigma_{\hat{\theta}}$;
- 4) 执行子块内直线逐条检测算法(见2.2节);
- 5) 若集合 P 中的点数小于 T_3 ,则 $i = i + 1$,返回步骤2),直到寻遍所有子块;否则返回步骤4)。

3 实验结果

为了检测本文算法的有效性,将本文算法与传统HT/RHT(random hough transform)直线检测算法及全局不确定性直线检测算法进行比较。评判算法优劣的标准为:1)工件直线检测的精度误差;2)不同噪声下的工件直线检测的正确率;3)不同噪声下

工件直线检测所需时间。

实验测试硬件平台为 AMD Athlon (tm) 64 Processor 3200 + 处理器(主频 2.0 G 内存 480 M), Windows XP 软件平台, 开发环境 Visual C ++ 6.0。实验测试图像是由 CCD 相机拍摄获取工件表面, 图像分辨率 742×559 , 工件尺寸为 $10.15 \text{ mm} \times 10.15 \text{ mm}$ 。根据检测要求共有 12 条被测直线。表 1 给出了工件直线检测参数列表, 表中给出了待检测的 12 条直线(其中上下槽表示上下方的小矩形区域)以及良品工件直线间的距离。待测直线共 12 条如图 3 所示。

表 1 工件直线段测量表

Tab. 1 Table of line segment measurements of workpieces

/mm			
编号	检测的直线段	正常范围	备注
1	主轮廓两条垂边	10.15 ± 0.1	
2	主轮廓两条水平边	10.15 ± 0.1	
3	上槽顶边与下槽底边	9.55 ± 0.1	顶边表示上
4	上槽底边与下槽顶边	7.55	
5	外轮廓平行斜边	9.0 ± 1.0	
6	下槽两条斜边	0.5	

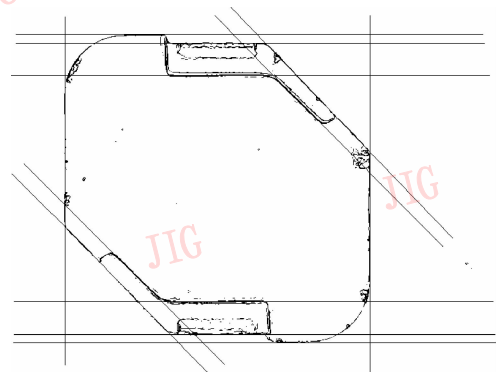


图 3 要求检测的工件直线示意图

Fig. 3 A sketch map of required line detections for a work-piece

由图 3 可以看出, 工件具有多条直线需要检测, 其中一些相距很近且较弱的短线成为检测的难点。采用局部不确定度量检测直线不仅可以减少计算的复杂性, 还可以克服噪声影响, 提高检测精度。我们对一幅工件图像加入不同程度的高斯随机噪声, 在预处理、获取其边缘图像后, 用上述 3 个准则来检测各种算法性能。下面给出部分实验结果(如图 4 和图 5 所示)和实验数据(如表 2 所示)。

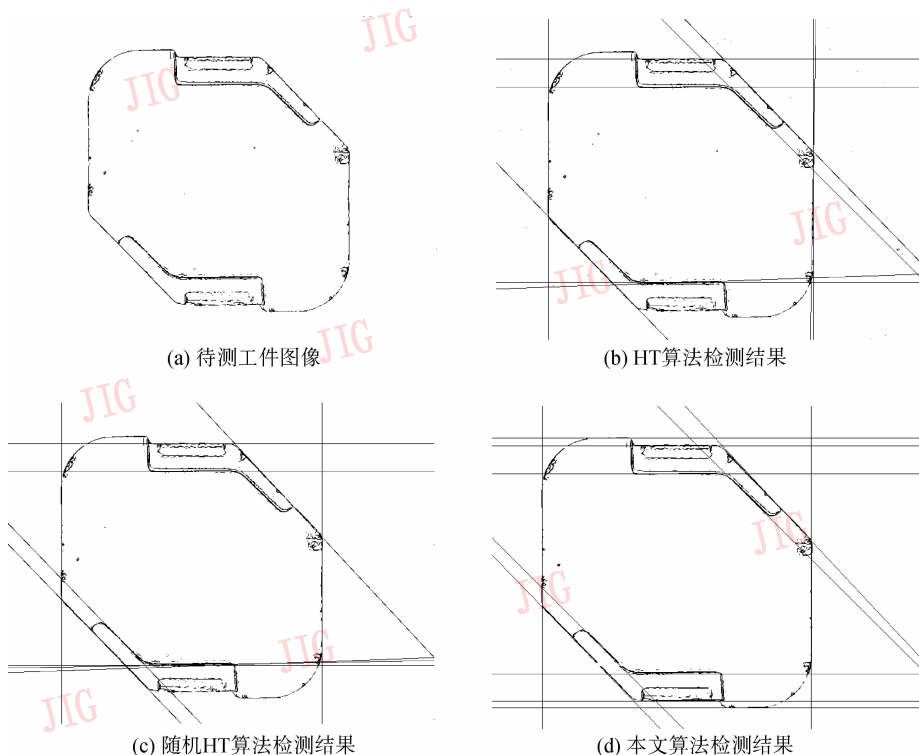


图 4 无噪声时各种算法检测结果

Fig. 4 Results of various algorithms without noises

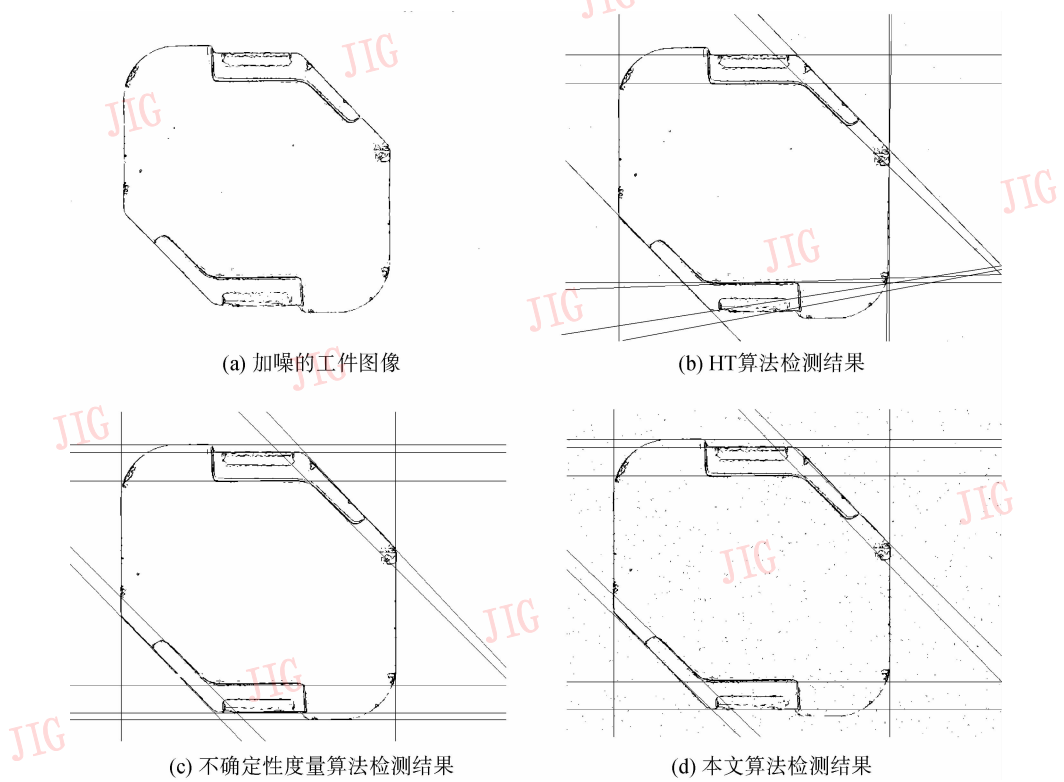


图 5 噪声(方差为 0.06)下各种算法检测结果

Fig. 5 Results of various methods under noises (variance 0.06)

表 2 各种算法直线检测性能对比

Tab. 2 Performance comparisons of various algorithms for line detections

测试 图片	噪声方差 (零均值)	HT/RHT 直线检测			不确定性度量直线检测			本文算法直线检测		
		精度误差 /(°)	正确率 /%	检测时间 /ms	精度误差 /(°)	正确率 /%	检测时间 /ms	精度误差 /(°)	正确率 /%	检测时间 /ms
1	0	1	61.53/61.53	1 171/813	0.01	100	524	0.001	100	410
2	0.01	1	61.53/61.53	1 172/828	0.01	100	524	0.001	100	410
3	0.02	1	61.53/61.53	1 204/828	0.01	100	570	0.001	100	410
4	0.03	1	61.53/61.53	1 359/875	0.01	91.67	610	0.001	100	432
5	0.04	1	61.53/46.15	1 609/922	0.01	61.53	750	0.001	100	458
6	0.05	1	53.84/23.07	1 828/970	0.01	41.67	870	0.001	100	489
7	0.06	1	53.84/7.69	2 063/1 016	0.01	25	1 180	0.001	91.67	520

图 4 是无噪声环境下各种算法的检测结果。图 4(a)为被测工件图像,图 4(b)为传统 HT 变换直线检测的结果。从检测结果上可以看出,传统 HT 变换可以检测出一些主要直线,但遗漏了较弱的直线。图 4(c)为随机 HT 检测结果,也存在对较弱直线无法检测等缺点。图 4(d)为本文检测结果。可以看出,微弱的直线也正确检测出来了。这是因为局部检测克服了整体检测算法中对弱直线的抑制作用。

图 5 为在零均值、噪声方差为 0.06 的环境下各种算法检测结果比较。其中图 5(a)图为加噪的工件图像,(b)为传统 HT 变换检测结果,从检测结果上可以看出,尽管具有良好的抗噪性并能正确检测出主要直线,但由于噪声影响造成弱直线误检(下槽的直线错检);当更高噪声环境下,其检测精度更差。随机 HT 检测算法在噪声环境下检测精度极低,限于篇幅,没有给出结果图。从图 5(c)和图 5(d)可以看出,全局不确定性度量算法与本文算法在高噪声的环

境下,依然具有良好的抗噪性和高精度,但全局不确定度量具有较高计算代价(如表 2 所示)。

表 2 给出不同检测算法在不同噪声级别下的实验性能比较。性能中精度误差表示离散参数空间直线参数量化误差,正确率是直线检测精度,以及完成工件直线检测耗费的 CPU 时间。从表 2 中可以看出,传统 HT 直线检测算法具有较好的抗噪性,在噪声方差由 0 增加至 0.06 的过程当中,检测的正确率仅由 61.53% 下降至 53.84%。但是,此时其检测精度误差为 1 度,且其高计算量使得其检测时间由原来的 1 171 ms 增加至 2 063 ms,严重制约了传统 HT 直线检测算法的实时应用;对于 RHT 直线检测算法,由于该算法采用两点算法使得其具有很高的检测精度,但算法对噪声敏感,检测结果正确率随噪声增加而显著降低,这是由于硬投票误将噪声点认作真实边缘点所致;不确定性度量的直线检测算法在较低噪声的情况下具有较好的实时性,但该算法是全局策略,随着噪声方差的增大,弱直线被噪声淹没使得其正确率急剧下降,且高昂的计算代价导致其检测时间也相对较长;本文算法采取两点组合原理减少直线参数的精度误差,在局部区域采用不确定性度量可以抑制噪声,因此,不仅可以保证检测精度,还可以极大地减少了计算量,缩短检测时间。从表 2 中看出,本文算法检测精度远高于 HT 和 RHT (噪声下大于 91.67%),较快的检测时间(噪声方差 0.06 时,本文算法与 HT 算法检测时间之比接近 1/4,与不确定性算法之比小于 1/2)。

4 结 论

试验结果和分析表明本文算法具有以下优点:

1) 对工件进行分块,每个局部区域采用基于不确定性度量的 HT 直线检测算法,克服了传统 Hough 变换对参数空间的硬投票方案的缺陷,软投票机制在噪声环境下具有较好的抗噪性和高检测精度;

2) 采用两点组合原理确定直线参数,不仅可以提高直线参数精度,而且参数空间占用的内存大大减少。

3) 在每个局部区域内,采用直线逐条检测并引入直线检测后线上点剔除策略,使得本算法的计算量远远小于其他 Hough 变换直线检测算法。

试验结果表明,本文算法能够在高噪声环境下,实现对工件的 12 条轮廓直线中的 11 条直线的正确检测,正确率高于 90%,并具有较高的检测精度,其参数精度误差小于 1%,检测时间远低于传统 HT 变换和全局不确定度量算法。本算法适用于噪声环境下工件尺寸实时测量。

参考文献 (References)

- [1] Zhang Yujin. Image Segmentation [M]. Beijing: Science Press, 2001. [章毓晋. 图像分割[M]. 北京: 科学出版社, 2001].
- [2] Lu Huimin Zheng, Zhiqiang. New fast Hough transform for line detection [J]. Journal of Computer Applications, 2005, 25(10): 2379-2380. [卢惠民, 郑志强. 一种新的用于检测直线的快速 Hough 变换[J]. 计算机应用, 2005, 25(10): 2379-2380.]
- [3] Qiu Liwei, Song Zishan, Shen Weiqun. Kind of fast Hough transform used in line detection [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(8): 741-744. [邱力为, 宋子善. 直线参数检测的快速哈夫变换[J]. 北京航空航天大学学报, 2003, 29(8): 741-744.]
- [4] Chen Linpeng, Zhang Guoliang. A new algorithm for line detection based on the randomized Hough transform [C]// Proceedings of The 8th International Conference on Electronic Measurement and Instruments. Xian, China: IEEE Press, 2007: 622-625.
- [5] Chan T S, Yip R K K. Line detection algorithm [C]// Proceedings of IEEE the 13th International Conference on Pattern Recognition. Vienna, Austria: IEEE Press, 1996: 126-130.
- [6] Andrea Bonci, Tommaso Leo. A bayesian approach to the Hough transform for line detection [J]. Journal of IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2005, 35(6): 945-955.
- [7] Ji Q, Haralick R M. An improved Hough transform technique based on error propagation [C]// Proceedings of IEEE International Conference Systems Man and Cybernetics on. San Diego, CA, USA: IEEE Press, 1998: 4653-4658.
- [8] Kazuhito Murakami, Tadashi Naruse. High speed line detection by Hough transform in local area [C]// Proceedings of the 15th International Conference on Pattern Recognition. Barcelona, Spain: IEEE Press, 2000: 467-470.